

Uniewersytet Gdański,
Wydział Matematyki, Fizyki i Informatyki

Żonglowanie – podrzucanie piłek czy liczb?

Maciej Stankiewicz, Bartłomiej Sulich
Opiekun naukowy: Dr Barbara Wolnik

X Bałtycki Festiwal Nauki,
Gdańsk 2012

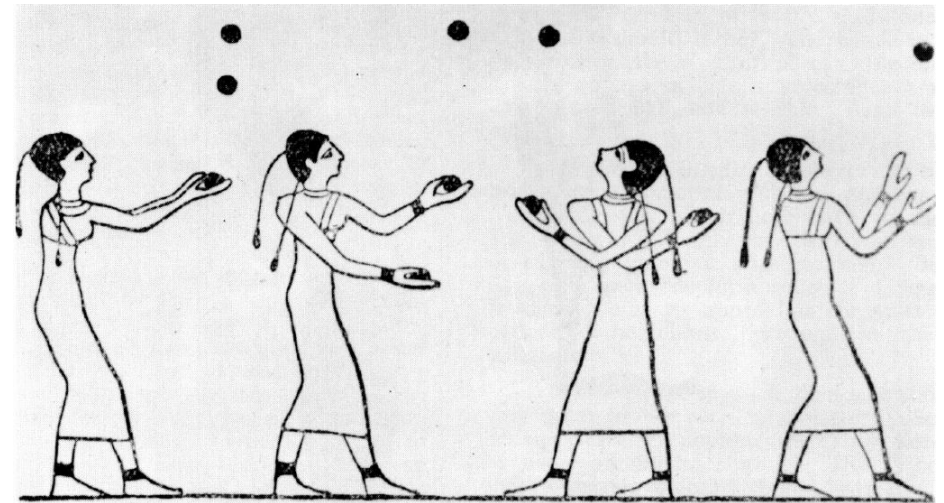
This work is licensed under the Creative Commons Uznanie autorstwa-Użycie niekomercyjne-Bez utworów zależnych 3.0 Unported License. To view a copy of this license, visit <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/> or send a letter to Creative Commons, 444 Castro Street, Suite 900, Mountain View, California, 94041, USA.

Agenda

- Wstęp
- Krótko o żonglerce
- Notacja siteswap
- Większa dawka matematyki
- Po co to jest?
- Podsumowanie
- Filmy

Historia Żonglerki

- "Najwcześniejsze znane przedstawienie żonglerki pochodzi z egipskiego 15. grobowca Beni Hassan datowanego na 1994-1781 p.n.e" [2]



- "Evans wykazał, że przedstawienia o charakterze cyrkowym były prezentowane publicznie już około 2400 r p.n.e" [3]
- "W starożytnym Egipcie już około 4600 p.n.e nad Nilem prezentowali swoje umiejętności kuglarze." [3]

Definicja Żonglerki

- Żonglerka tradycyjna to podrzucanie przedmiotów w taki sposób, że w jednym momencie w ręce znajduje się co najwyżej jeden przedmiot.
- Wymagane też jest aby ilość piłek była większa od ilości rąk co dla nas oznacza że żonglerka zaczyna się od 3 przedmiotów.
- Dodatkowo przyjmiemy że ręce rzucają na przemian raz prawa, raz lewa.

Jak opisywano żonglerkę kiedyś?

- Nazwy własne trików (kaskada, fontanna, prysznic)
- Nazwy określające modyfikacje trików (mills mess, backcross)
- Nazwy różniły się w zależności od języka, rejonu i okresu. Dotyczyły one też tylko małej grupy najbardziej popularnych kombinacji. Reszta wymagała długich i mało precyzyjnych opisów.

Początki notacji siteswap

- Notacja siteswap została stworzona niezależnie przez 3 grupy naukowców: [4][8]
 - 1) Santa Cruz California w 1981
 - 2) California Institute of Technology w 1985
 - 3) University of Cambridge w 1985
- Notacja ta opisuje żonglerkę asynchroniczną.

Wprowadzenie do siteswapów

na podstawie [4]

- Kaskada: **CZNCZNCZNCZN...**

Wprowadzenie do siteswapów

na podstawie [4]

- Kaskada: **CZNCZNCZNCZN** . . .
3333333333333 . . . = 3

Wprowadzenie do siteswapów

na podstawie [4]

- Kaskada: **CZNCZNCZNCZN** . . .
33333333333333 . . . = 3
- Fontanna: **CZNR CZNR CZNR** . . .

Wprowadzenie do siteswapów

na podstawie [4]

- Kaskada: **CZNCZNCZNCZN** . . .
333333333333 . . . = 3
- Fontanna: **CZNR CZNR CZNR** . . .
444444444444 . . . = 4

Wprowadzenie do siteswapów

na podstawie [4]

- Kaskada: **CZNCZNCZNCZN** . . .
333333333333 . . . = 3
- Fontanna: **CZNR CZNR CZNR** . . .
444444444444 . . . = 4
- Prysznic: **CZZNCCZZNNC** . . .

Wprowadzenie do siteswapów

na podstawie [4]

- Kaskada: **CZNCZNCZNCZN** . . .
333333333333 . . . = 3
- Fontanna: **CZNR CZNR CZNR** . . .
444444444444 . . . = 4
- Pryszyk: **CZZNCCZZNCC** . . .
515151515151 . . . = 51

Wprowadzenie do siteswapów

na podstawie [4]

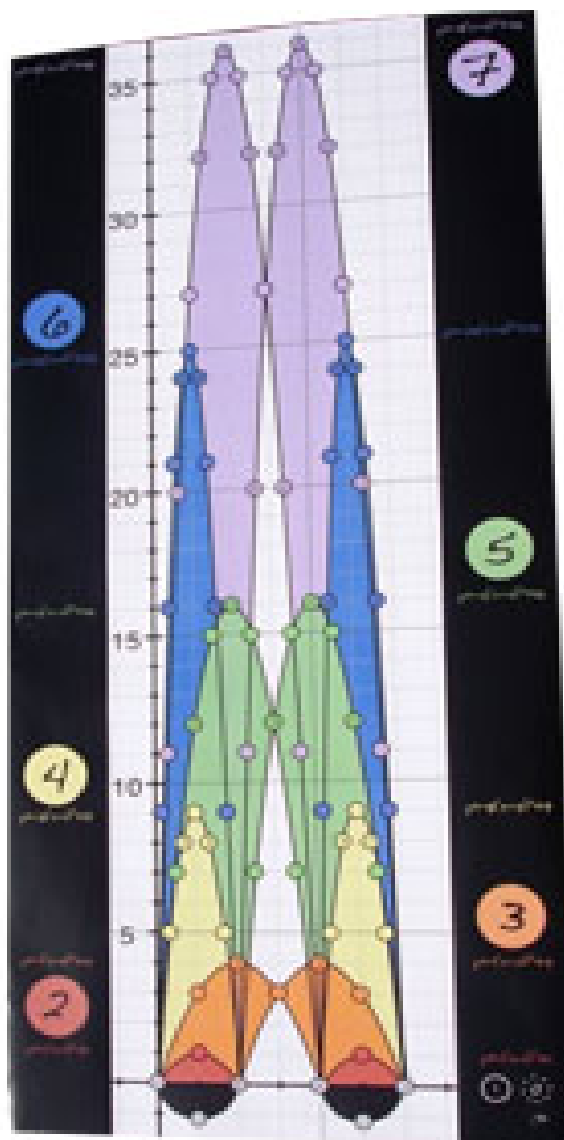
- Kaskada: **CZNCZNCZNCZN** . . .
333333333333 . . . = 3
- Fontanna: **CZNR CZNR CZNR** . . .
444444444444 . . . = 4
- Pryszyk: **CZZNCCZZNCC** . . .
515151515151 . . . = 51
- (Wieża?): **CZNNZCCZNNZC**

Wprowadzenie do siteswapów

na podstawie [4]

- Kaskada: **CZNCZNCZNCZN** . . .
333333333333 . . . = 3
- Fontanna: **CZNRRCZNRRCZNR** . . .
444444444444 . . . = 4
- Prysanic: **CZZNNCCZZNNC** . . .
515151515151 . . . = 51
- (Wieża?): **CZNNZCCZNNZC**
531531531531 . . . = 531

Co w praktyce oznaczają liczby?



Walidacja siteswapów

- Siteswap to ciąg liczb całkowitych nieujemnych
- Skąd wiemy czy dany ciąg liczb "można żonglować"?

Matematyczna definicja siteswapu

$$s = (a_1, a_2, \dots, a_n) : \forall_i a_i \in \mathbb{N} \cup \{0\}$$

$$\forall_{i,j} ((a_i + i) \bmod n = (a_j + j) \bmod n) \Rightarrow (i = j)$$

Zagadka

- Jak na podstawie siteswapu określić ilość piłek?

Zagadka

- Jak na podstawie siteswapu określić ilość piłek?
- Podpowiedzi:
- 3: 3, 441, 423, 531, 51, 12345
- 4: 4, 71, 7531
- 5: 5, 91, 97531, 744

Twierdzenie o Wartości Średniej

Ilość pitek = suma liczb / długość

$$\textit{ilość przedmiotów} = \frac{\sum_{i=1}^n a_i}{n}$$

- Dowód można znaleźć np. w [1] s. 13

Twierdzenie (ilość siteswapów)

- Wszystkich siteswapów jest nieskończenie wiele
- Jeśli ograniczymy się do konkretnej ilości przedmiotów i siteswapów o określonej długości to ilość różnych siteswapów wynosi:
 - $N(b,n) = (b+1)^n - b^n$
Gdzie b – ilość przedmiotów, n – długość sekwencji
- Dowód można znaleźć np. w [1] s. 24

Rozszerzenia notacji siteswap

Istnieje wiele rozszerzeń notacji siteswap które umożliwiają żonglerom opisywanie bardziej złożonych trików np:

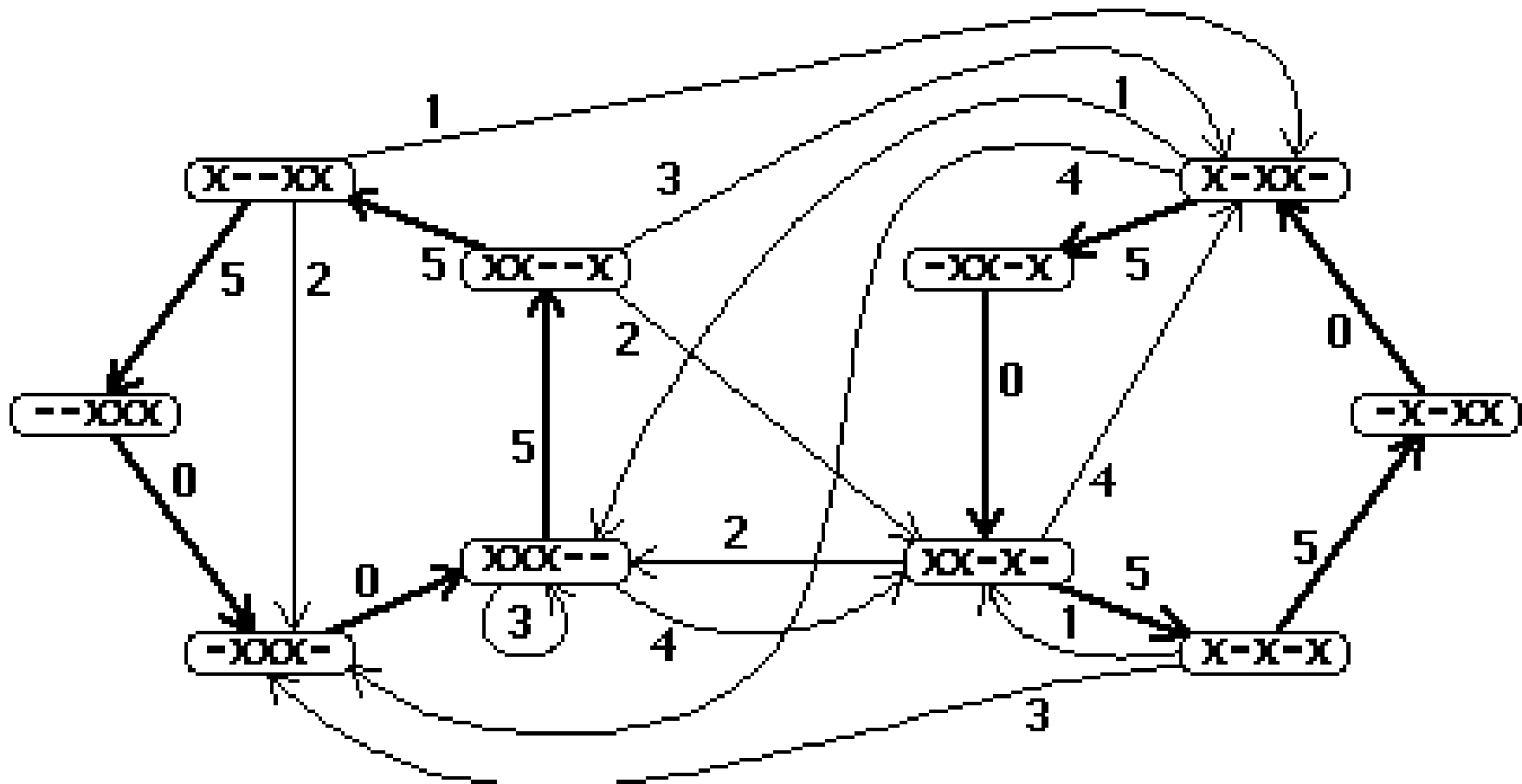
- Notacja synchroniczna
- Notacja multiplexowa
- Notacja synchroniczno - asynchroniczna
- Notacje wieloosobowe (4-hand notation, Prechac notation, Causal Diagrams)
- Inne (Multi Hand Notation, diagramy stanów, notacja stosu i wiele innych)

Zaawansowane aspekty matematyczne

- Diagramy stanów
- Siteswapy pierwsze
- Właściwości numeryczne
- Inne twierdzenia (np. częściowe twierdzenie odwrotne do Twierdzenia o Wartości Średniej)
- Karty żonglerskie
- Inne, jeszcze bardziej zaawansowane (definicja funkcyjna siteswapów, grupy warkoczowe, algebra siteswapów, żonglerka losowa, aksjomatyczne generowanie siteswapów[6] itd.)

Diagramy Stanów

źródło grafiki: [5]



Po co żonglerom siteswapy?

- Komunikacja
- Pomoc w treningu
- Tworzenie nowych trików
- Inne (łączenie siteswapów, poziom trudności, szukanie podobnych, analiza itd)

Czego nie opisują siteswapy?

- Notacja siteswap mimo iż jest bardzo rozbudowana nie opisuje wielu aspektów żonglerki:
- Ustawienia i ruchu żonglera(ów)
- Pozycji i ruchu rąk (np mills mess, inside, outside)
- Wysokości wyrzutów
- Wielu niestandardowych rytmów (gallop rhythm, slow-fast passing) w tym przypadku można użyć Multi Hand Notation

Czy zostało coś jeszcze do odkrycia?

- Istnieje wiele niezbadanych lub nierozwiązanych problemów matematycznych związanych z siteswapami ale czy jest jeszcze coś co mogło by przydać się żonglerom?
- Jak najbardziej!
- Cały czas pojawiają się nowe pomysły np. Sposób opisu żonglerki wieloosobowej z przechodzeniem (takeouts) [7].

Luke Burrage
<http://www.lukeburrage.com/>

3 piłki – wideo

Gandini Juggling
<http://www.gandinijuggling.com/>

i-juggle white - wideo

Bibliografia

- [1] Dr Anthony Mays – (2006) “Combinatorial aspects of juggling”.
- [2] Prof. Arthur Lewbel – (2002) “Research in Juggling History”.
- [3] Mgr Agnieszka Kwiatkowska - „Sztuka cyrkowa - sztuka ludzkich możliwości”.
- [4] Prof. William Murray - “Mathematics & Juggling” – nagranie wykładu (obecnie niedostępne).
- [5] The Internet Juggling Database (2001 – 2012).
- [6] Ben Beever – (2002) “Guide to Juggling Patterns” - [http://www.giocoleria.org/manuali/Ben Guide to Juggling Patterns.pdf](http://www.giocoleria.org/manuali/Ben%20Guide%20to%20Juggling%20Patterns.pdf)
- [7] Aidan Burns - “Siteswap Made Simple” - <http://www.geocities.ws/aidanjburns>.
- [8] Grupa dyskusyjna rec.juggling (od 1990).
- I wiele innych

Dziękujemy za uwagę.

Pytania?

Prezentacja jest dostępna w internecie pod
adresem:

www.passfactory.art.pl/milten